

# 出行前交通信息发布对城市路网的交通影响分析\*

赖信君, 余志, 李军

(中山大学工学院//智能交通研究中心, 广东广州 510275)

**摘要:** 提出了一种出行前交通信息提供下进行交通影响分析的方法。利用随机路径选择模型来描述出行者对出行信息的反应, 根据是否接收交通信息将驾驶员分为两类: 接收者将在路径选择时避开拥堵路段, 而非接收者将根据对路网的认知进行随机路径选择, 并给出这两种出行行为共存下的交通分配方法。以广州市中心商务区珠江新城为例分析了信息发布对路网的改善作用, 并讨论了最佳发布策略。

**关键词:** 交通工程; 交通影响分析; 随机交通分配; 交通信息发布; 市场占有率

**中图分类号:** U491.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2014)02-0012-06

## Traffic Impact Analysis of Pre-trip Traffic Information on Urban Network

LAI Xinjun, YU Zhi, LI Jun

(School of Engineering//Research Center of Intelligent Transportation System,  
Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** A method for traffic impact analysis with pre-trip traffic information is presented, in which travellers' reactions to the traffic information are described by stochastic route choice models. Travellers are divided into two groups according to the information provision; the travellers who receive information will avoid the congested region when they making decisions, otherwise they follow the logit style stochastic route choice behavior. Traffic assignment algorithm for such mixed behaviours is proposed. The central business district, the Pearl River New Town in Guangzhou, China, is chosen to evaluate the impacts of traffic information. It is found that the inappropriate information has negative impact on road network, and more information does not guarantee improvements of the network. A discussion on the optimization of traffic information providing is presented.

**Key words:** transportation engineering, traffic impact analysis, stochastic traffic assignment, pre-trip traffic information provision, market share

随着智能交通系统及交通信息发布技术的应用普及, 越来越多的研究人员开始关注不同的信息发布策略及发布比例对交通拥堵的改善程度, 其中最关注的是在宏观交通视角下的路网流量分配问题<sup>[1-2]</sup>。在城市路网中, 驾驶员的路径选择行为是为了寻找他所感知的最优路径。然而驾驶员自身效用的最大化, 并不意味着路网运行状态的最优, 这导致路网中交通流的时空分布不均匀。通过发布出

行前交通信息以指引驾驶员绕行拥堵路段是有效缓解区域交通拥堵的重要手段。如何制定信息发布的策略以及确定信息接收的人群, 是交通信息提供下路网改善的关键, 值得交通管理者及研究人员进行深入的分析。

出行前交通信息提供是一种最常见的并被广泛应用的智能交通管理手段。驾驶员能在出行前获得当时的路况信息, 并根据这些信息规划行程。本文

\* 收稿日期: 2013-07-18

基金项目: 国家863计划资助项目(2011AA110305-02)

作者简介: 赖信君(1986年生), 女; 研究方向: 智能交通系统; E-mail: laixinj@mail2.sysu.edu.cn; 通讯作者: 余志; E-mail: stsyuz@mail.sysu.edu.cn

结合驾驶员路径选择行为研究，建模出行前信息提供对驾驶员的影响，并综合分析不同发布策略及发布比例下对整体路网及区域路网的影响。

## 1 文献回顾

交通信息提供一方面为驾驶员决策提供了更多便利，另一方面对路网的运行优化有着重要影响<sup>[3-4]</sup>。较多的方法通过结合显示性偏好（RP）调查和叙述性偏好（SP）调查对出行前交通信息提供的优点进行研究<sup>[5-6]</sup>。出行者每天的出行时间变化、对路网的学习程度、对出行信息的服从度和接收度，都是建模的重要因素<sup>[2]</sup>。有学者通过建立混合均衡模型以综合考虑出行时间变化及供需变化对选择行为的影响，结果显示接收信息和非接收信息的驾驶员的路径选择行为有明显差异<sup>[4]</sup>。理论研究及实际应用显示，信息发布的比例、信息的可靠性及驾驶员的服从度是影响信息发布下路网运行的重要因素<sup>[7]</sup>。仿真数据显示当车流以 95% 的道路通行能力到达，在交通刚开始拥挤时，信息提供对路网有较显著的改善，并在突发交通拥堵时这种优势更为明显<sup>[8]</sup>。在简单路网上对单对起讫点（OD）的研究表明<sup>[9]</sup>：发布道路指引信息对路网拥堵有改善，发布良好的道路指引信息有助于提高路网运行效率；对拥挤网络中的给定 OD，存在一个最佳的占有率，并随着交通需求的增加而增加；在合理的占有率下，增加信息指引路段可有效降低路网运行时间。这些研究都表明交通信息发布是一种有效及必要的减少交通拥堵的手段，特别在突发拥堵发生时交通信息的提供能对路网提供显著的改善。较多对交通信息发布的研究基于单 OD 及简单路网，需要扩充至多 OD 及实际路网中进行分析研究。

驾驶员对路径的选择直接显示在对路网流量的分配上，研究显示对路网的熟悉程度、不同道路的服务水平及个体的属性都是对路径认知起关键作用的因素<sup>[10]</sup>。出行前信息发布改变了驾驶员对路网的认识与判断，无论对路径集或选择概率都有重要的影响，因此需要将信息发布对驾驶员的影响考虑至路径集及选择概率的建模中。较多的研究基于较为简便的路径搜索算法及路径选择模型<sup>[2, 4, 7, 9]</sup>，更多改进的算法及模型应进入建模以提高研究的精确性。路径集的生成算法中较为常用的包括最短路<sup>[11]</sup>、K-path<sup>[12]</sup>、标签法等<sup>[13]</sup>；路径选择模型中较为成熟的方法包括 C-Logit<sup>[14]</sup>、Path Size Logit (PSL) 及组合配对 Logit 模型等<sup>[15-16]</sup>。研究框架应能在考虑复杂模型及算法的基础上，保持对城市

网络计算分析的快速便捷。

信息的发布首先体现在对驾驶员的行为改变上，通过不同驾驶员的行为改变从而实现路网流量的重新分配。文本综合考虑信息发布对驾驶员路径集及路径选择概率的变化影响，提出了一种研究出行前交通信息提供对道路网络影响的方法。

## 2 研究方法

### 2.1 符号定义

2.1.1 路网符号 用图论中的有向图对路网进行表示。 $G = (V, L)$  是有向图， $V$  是网络结点的集合， $L$  是网络有向弧的集合； $O$  表示起点， $D$  表示终点， $O, D \in V$ 。 $x_a$  表示路段  $a$  的交通流量且  $a \in L$ 。 $z_a$  和  $y_a$  分别为路段  $a$  上信息接收者及非信息接收者的交通流量。 $t_a$  为路段  $a$  的行驶时间。对驾驶员而言，OD 间可选择的路径集为  $C$ ，被选择的路径  $i \in C$ ， $T_i$  为路径  $i$  的行驶时间。 $Q$  为 OD 对之间的交通需求。若路径  $i$  经过路段  $a$ ， $\delta_{ai}$  为 1，否则为 0。 $c_a$  为路段  $a$  的通行能力，当  $\frac{x_a}{c_a} > 0.85$ ，定义  $a$  为拥堵。

2.1.2 拥堵路段信息发布  $I$  为发布拥堵信息的路径的集合， $I \subseteq L$ ； $U$  为没有发布拥堵信息的路径的集合， $U \subseteq L$  且  $U \cup I = L$ 。 $I$  不需要包括实际中拥堵的所有路段。以上标  $nA$  表示没有接收信息的人群，而上标  $A$  则表示信息接收的人群。

2.1.3 市场占有率 采用道路指引信息服务的市场占有率  $\varphi$  来表示信息接收者占 OD 对之间所有出行者的比例， $\varphi$  的取值范围为 0~1。

### 2.2 研究框架

本文的研究框架如图 1 所示。信息发布通过诱导出行者的路径以达到整个网络优化或局部优化的目的。本文选用基于路径选择概率的方法对交通信息影响进行分析。在虚线框中的部分是主要步骤，在实线框中的部分是主要研究策略。

本文将驾驶员分成两大类：信息接收者与非接收者。交通管理者将向接收者提供道路拥堵信息并诱导他们避开拥堵路段以减轻交通堵塞。本文假设全部交通信息接收者都服从管理者的诱导，并暂不考虑驾驶员个体属性的差别。得到诱导信息后，信息接收者的路径集和路径选择概率都会相应发生改变，从而影响信息接收人群在路网上的流量分配。对非接收者而言，图 1 中“出行前交通信息提供  $I$ ”不对路径集及路径选择概率产生影响。在此框架中，可根据研究对象的复杂程度以替换不同的路

径集生成算法及路径选择模型。

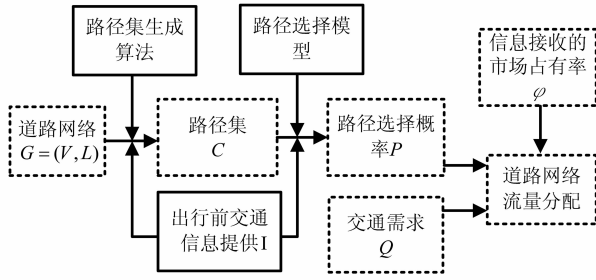


图 1 出行前交通信息提供对道路网络交通分配影响的研究框架

Fig. 1 Research framework of traffic impact analysis of pre-trip traffic information on urban network

### 2.3 出行前交通信息提供下的路网流量加载

交通网络分配是两种用户流量的混合加载结果。信息接收者将接收到拥堵路段的信息并在规划行程时避开这些拥堵路段，而非接收者在选择路径时将把全部路段作为考虑的因素。路径的生成将基于实时的路段行驶时间。为达到最佳的交通信息发布效果，交通管理者可以有策略地向信息接收者提供交通拥堵路段的信息，合理地引导交通流量分配。为某一 OD 分配流量的步骤为：

Step 1: 路径集生成。利用全部路段集  $L$  生成信息非接收者的路径集  $C^{nA}$ 。向信息接收人群发布拥堵路段集  $I$ ，将  $I$  从  $L$  中删除后生成新的路段集  $U$ ，再对信息接收者生成路径集  $C^A$ 。

Step 2: 计算路径选择概率。根据选定的路径选择模型，分别计算信息接收者与非接收者从路径集  $C^A$  和  $C^{nA}$  中选择路径  $i$  的概率  $P_i^A$  及  $P_i^{nA}$ 。

Step 3: 分配流量。 $Q$  为 OD 间的交通需求，对两类人群而言，对路径  $i$  的流量分配为

$$\begin{aligned} Q_{i,i \in C^A}^A &= Q \times \varphi \times P_{i,i \in C^A}^A, \\ Q_{i,i \in C^{nA}}^{nA} &= Q \times (1 - \varphi) \times P_{i,i \in C^{nA}}^{nA} \end{aligned} \quad (1)$$

对路段  $a$  的分配流量分别为：

$$z_a = \sum_{i \in C^A} \delta_{ai} Q_{i,i \in C^A}^A, \quad y_a = \sum_{i \in C^{nA}} \delta_{ai} Q_{i,i \in C^{nA}}^{nA} \quad (2)$$

Step 4: 混合流量加载。路段  $a$  的交通流量  $x_a$  为两种流量的叠加：

$$x_a = z_a + y_a \quad (3)$$

对某一 OD 而言，在特定路段上的交通流为两种交通需求的叠加。对多 OD 网络而言，可通过多次重复该流程以得到路段上的叠加交通流量。本文提出的流量加载方法能灵活变换其中的路径集生成算法及路径选择概率，有较大的适用性。

### 2.4 出行前交通信息提供下的随机交通分配算法

对可变阻抗及路段行驶时间是交通流量的函数的路网，可采用逐次平均法 (MSA) 实现两种需求下的交通分配。MSA 法是对随机用户均衡的近似求解，模拟的是驾驶员通过对道路网络的不断学习寻找到最优的路径最终达到均衡，所以任何驾驶员都不能通过改变路径来减少他所感知的出行时间。 $v$  为判断收敛的正常数。具体步骤如下：

Step 1: 初始化。基于自由流行驶时间  $t_a^0$ ，利用 2.3 所述算法进行网络加载，由此获得路网的初始流量  $x_a^1$ ，设迭代次数  $n = 1$ ；

Step 2: 更新路段的行驶时间  $t_a^n = t_a(x_a^n)$ ；

Step 3: 寻找迭代方向。根据当前路段运行时间  $t_a^n$  及 2.3 所述算法进行网络的混合流量加载，计算路段流量的辅助值  $u_a^n$ 。

Step 4: 计算各路段的交通量：

$$x_a^{n+1} = x_a^n + \frac{1}{n} (u_a^n - x_a^n)$$

Step 5: 收敛性检查。如果  $x_{ij}^{n+1}$  和  $x_{ij}^n$  的满足收敛性要求，即满足式 (4)，其中  $v$  是预先给定的误差限值，则算法停止；否则令  $n = n + 1$ ，并返回到 Step2。

$$\sqrt{\frac{\sum_a (x_a^{n+1} - x_a^n)^2}{\sum_a x_a^n}} < v \quad (4)$$

## 3 案例分析

下面通过实际案例来验证本文提出的算法并分析出行前交通信息发布对路网运行的影响。实验路网选取的是广州市中央商务区珠江新城。作为城市中心的重要区域，珠江新城有较为严重的交通拥堵，交通流量的分布不均匀导致路网资源得不到充分的利用。广州市交通管理部门通过一系列的拥堵治理手段以缓解中心城区的交通拥堵，发布出行前信息是其中一项重要举措。

图 2 显示了珠江新城的交通网络，路段上标示的是自由流时间 (min) 及路段通行能力 (pcu/h)。速度由装有 GPS 设备的浮动车获取，而自由流时间则是由路段长度除以自由流速度得出。路段流量由道路线圈获得，并利用流量反推获得 702 对 OD 点的交通需求。路阻函数采用美国公路局的路段阻抗函数 (BPR 模型) 及其推荐参数，如式 (5) 所示：

$$t_a^n = t_a^0 \left[ 1 + 0.15 \left( \frac{x_a^n}{c_a} \right)^4 \right] \quad (5)$$

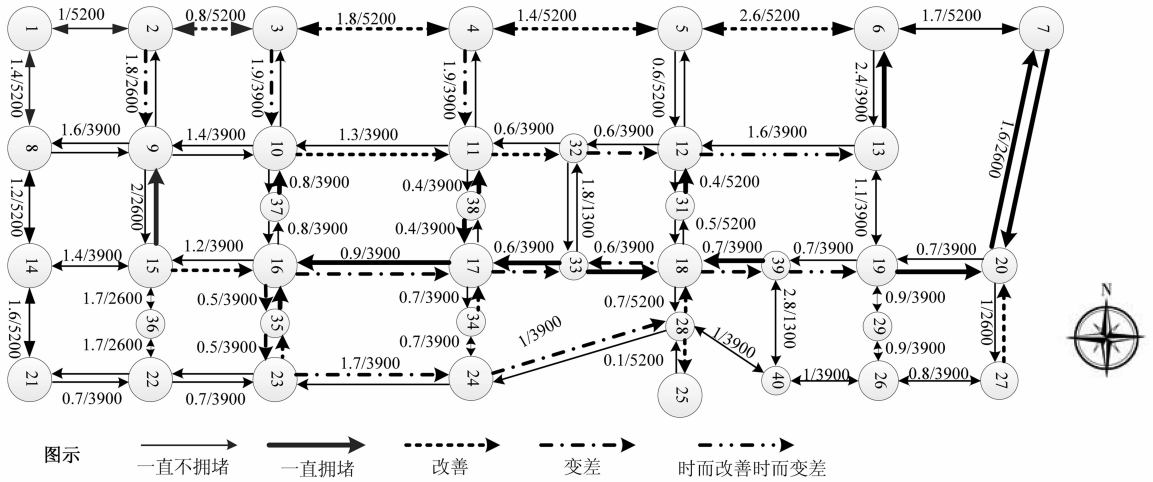


图 2 示例路网（自由流时间（min）/通行能力（pcu/h））及发布策略 3 下各路段随市场占有率增加的变化  
 Fig. 2 Demonstrated road network (free-flow time (min) / capacity (pcu/h)) and changes of links while increasing information market share under strategy three

路网的运行效率以路网总运行时间  $T$  进行评价，如式（6）所示：

$$T = \sum_{a \in L} x_a t_a \quad (6)$$

采用 K-path 方法分别对信息接收者和非接收者生成路径集  $C^A$  和  $C^{nA}$ ,  $K$  值选为 10，并采用较为成熟的路径选择模型 Path Size Logit 模型计算路径选择概率，并假设行驶时间最短的为最优路径，且驾驶员对道路的选择仅以出行时间作为标准：

$$P_i^A = \frac{\exp(-\theta T_i + PS_i^A)}{\sum_{j \in C^A} \exp(-\theta T_j + PS_j^A)},$$

$$PS_i^A = \log \sum_{a \in L} \left( \frac{t_a}{T_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C^A} \delta_{aj} \left( \frac{T_j}{T_i} \right)} \quad (7)$$

$$P_i^{nA} = \frac{\exp(-\theta T_i + PS_i^{nA})}{\sum_{j \in C^{nA}} \exp(-\theta T_j + PS_j^{nA})},$$

$$PS_j^{nA} = \log \sum_{a \in U} \left( \frac{t_a}{T_i} \right) \frac{1}{\sum_{j \in C^{nA}} \delta_{aj} \left( \frac{T_j}{T_i} \right)} \quad (8)$$

其中  $T_i$  为路径  $i$  的行驶时间； $\theta$  为感知误差的参数，按照经验值  $\theta = 1$ 。

根据实地交通调查，珠江新城北面的两大主干道交通较为拥堵，分别是点 2 至点 6 之间的黄埔大道，以及点 9 至点 13 之间的金穗路；相反，位于南部的主干道则较为通畅。因此交通管理者希望通过发布路段拥堵信息以诱导驾驶员出行，从而改善北部区域的交通状况，最终使交通流在整体路网上的均匀分布。南北两个子区域的划分如表 1 所示。

表 1 珠江新城南北子区域划分

子区域	范围
北部区域	点 1 与点 13 之间的路段
南部区域	其余路段

为测试不同的信息发布策略对路网运行的改善，本文针对珠江新城路网共提出三种不同的发布策略，如表 2 所示：只发布金穗路是拥堵的、只发布黄埔大道是拥堵的、和同时发布两条道路都是拥堵的。为测试是否越多驾驶员接收到信息对路网的改善越显著，信息发布的比例将从 0 开始以步长 0.05 增加至 1。对不同发布策略下，不同的信息发布比例对整体路网以及北部区域的影响如图 3 及图 4 所示。

表 2 交通信息发布策略

编号	发布策略
1	金穗路（点 9 与点 13 之间的道路）拥堵，请绕行
2	黄埔大道（点 2 与点 6 之间的道路）拥堵，请绕行
3	金穗路与黄埔大道均拥堵，请绕行

与之前的研究结果不同的是，发布拥堵信息及诱导驾驶员绕行，反而使拥堵区域的交通恶化，如图 3 所示。在珠江新城路网中发布策略 1 和策略 2，最优的信息发布市场占有率是 0，无论对整体路网还是对北部区域的路网。随着市场占有率增

加, 整体路网的总运行时间比不发布信息的时候要有所增加, 发布策略 2 比策略 1 对整体路网所带来的负面影响要更为显著; 对北部区域而言, 无论策略 1 还是策略 2, 都不能减轻拥堵情况, 反而随着市场占有率的增加, 北部区域的拥堵状况不断恶化。相似地, 发布策略 2 比策略 1 对北部区域路网带来的负面影响要大。在发布信息前, 每个驾驶员已寻找到使感知时间最短的路径。虽然驾驶员的感知存在误差, 但在本例路网中, 大部分驾驶员的感知最优路接近实际最优路, 所以让信息接收者绕行拥堵路段, 并不一定能减少他们的驾驶时间。发布策略 1 或策略 2 后, 一方面增加了信息接收者的出行时间, 而另一方面, 改变的这些流量分布并不能使拥堵区域的状况改善, 无论对驾驶员还是路网均起到负面作用, 策略 1 及策略 2 属于失败的信息发布方案。

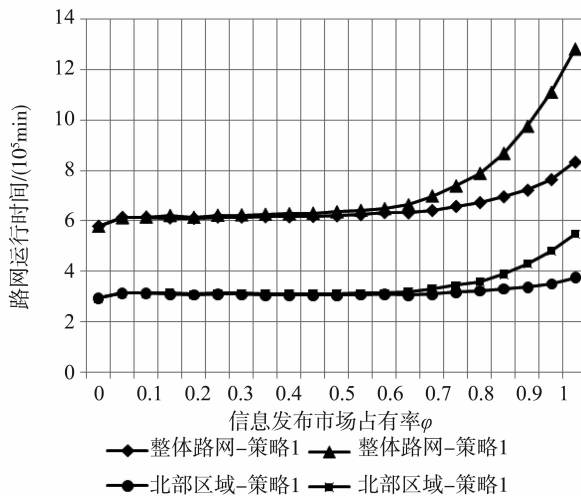


图 3 发布策略 1 及 2 下的整体路网与北部区域路网总运行时间对比

Fig. 3 Network total travel time of the whole

network and northern region under strategies one and two

分析发布策略 3 对整体路网与北部区域的影响, 如图 4 所示。随着信息发布比例的增加, 整体路网的总运行时间亦不断增加。对北部区域而言, 当市场占有率从 0 开始增加时, 北部区域的总运行时间首先有一定程度的增加; 随着市场占有率从 0.05 开始增加, 路网的拥堵状况得到有效的改善, 在发布比例等于 0.75 时, 北部区域路网运行得到最优; 在发布比例大于 0.75 时, 北部区域的交通状况又开始恶化。对总体路网而言, 当市场占有率从 0 变化至 0.75 的时候, 运行时间缓慢增加, 增幅约为 25%; 当市场占有率从 0.75 至变化 1 的

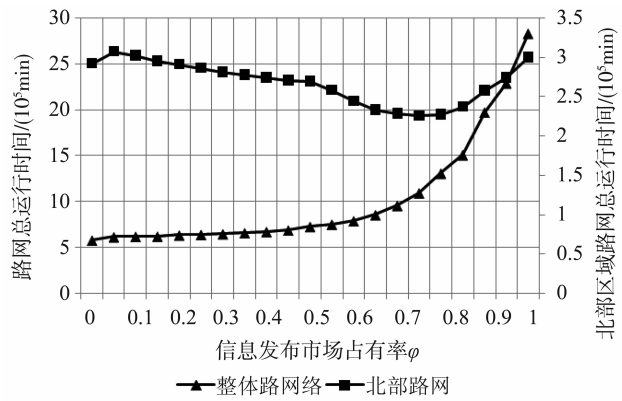


图 4 发布策略 3 下的整体路网及北部区域的路网总运行时间

Fig. 4 Network total travel time of the whole network and northern region under strategy three

时候, 路网总运行时间快速增加, 整体增幅约为 75%。当信息发布比例小于 0.75 时, 虽然路网总运行时间比不发布信息的时候要有所增加, 但在可接受范围内。在此路网中, 向 75% 的驾驶员发布交通信息是最为合适的, 这个比例能最大限度地缓解北部区域的交通拥堵, 虽然整体路网总运行时间有一定的增加, 但增加的时间在可接受范围内。综合分析, 发布策略 3 属于成功的发布方案, 较合适市场占有率  $\phi$  为 0.75。

无论信息发布比例如何变化, 一些路段始终处于拥堵状态, 同样地一些路段也始终处于通畅状态。以发布策略 3 为例, 各路段随着市场占有率的增加而变化的分析如图 2 所示。大多数北部区域的路段随着信息发布比例的增加, 拥堵程度得到有效的缓解, 逐渐从拥堵状态向通畅状态改善; 在南部区域, 也有部分路段随着信息发布比例提升而逐渐变得拥堵。有趣的是, 在路网中部分路段并非单调变化, 如 12→13 及 39→19 两条路段, 随着发布比例的提高它们的交通状态时而改善时而变差。

本文的案例表明, 对驾驶员发布交通拥堵信息并不总能有效地缓解道路交通拥堵。发布不合适的交通信息, 或盲目地对全部驾驶员发布交通拥堵信息甚至能为路网带来负面的作用, 交通状况不缓反堵。在对实际路网的应用中, 交通管理者应当提前对信息发布的策略作适当的仿真以对比不同的方案, 并分析最优的信息发布市场占有率。

## 4 结 语

本文提出了一种出行前交通信息提供下交通影响分析的方法。驾驶员被划分为信息接收者及非接

收者两类，并利用随机路径选择模型来描述驾驶员的行为。非信息接收者将对路网中全部的路径进行考虑以产生路径集及计算选择概率，而信息接收者则首先排除发布信息中所包含的拥堵路网，再进行路径生成及概率计算。最后根据交通需求及选择概率，混合叠加两类人群在路网上的交通流量。

以广州中央商务核心区珠江新城为研究案例。首先，出行前交通信息的发布对驾驶员的行为及对路网运行都有显著的影响。其次，不同的信息发布方案及不同的信息发布比例对路网的影响有显著的差别，在本文的研究案例中，发布更多的拥堵路段能有效改善拥堵区域的交通，但增加信息发布比例却不一定能改善路网状态；此外，在本文案例中，无论哪一种发布比例与发布策略，都增加了整体路网的运行时间。实验结果表明，在实际应用中应针对不同的路网提前进行交通仿真，以确定最优的发布策略及发布比例。

本文所提出的方案能较方便地嵌入到成熟的交通软件中，不同的路径集生成方法及路径选择模型能方便地应用于本文所提出的框架，交通需求能从自由流变化到过饱和状态以测试一整天的路网变化。基于相似的思路，本文所提出的方法能推广至在途信息提供对路网运行影响分析中。

#### 参考文献：

- [1] HUANGH, LI Z. A multiclass, multicriteria logit-based traffic equilibrium assignment model under ATIS [J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176: 1464 - 1477.
- [2] HUANG H, LIU T, YANG H. Modelling the evolution of day-to-day route choice and year-to-year ATIS adoption with stochastic user equilibrium [J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2008, 42(2): 111 - 127.
- [3] GAO S. Optimal adaptive routing and traffic assignment in stochastic time-dependent networks [D]. Massachusetts Institute of Technology: Cambridge, USA, 2005.
- [4] RAMMING S. Network knowledge and route choice [D]. Massachusetts Institute of Technology: Cambridge, USA, 2002.
- [5] KHATTAK A, POLYDOROPOULOU A, BEN-AKIVA M. Commuters normal and shift decisions in unexpected congestion: pretrip response to ATIS [C]//The 74th Annual Meeting of Transportation Research Board, Washington, DC, 1995.
- [6] ABDEL-ATY MA. Using ordered probit modeling to study the effect of ATIS on transit ridership [J]. *Transportation Research Part C*, 2001, 9(4): 265 - 277.
- [7] WANG G, SHAO H, CAO D. A mixed equilibrium traffic assignment model for transportation networks with ATIS under demand and supply uncertainties [J]. *International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*, 2009, 2: 132 - 136.
- [8] CASCETTA E. A model of route perception in urban road networks [J]. *Transportation Research Part B*, 2002, 36(7): 577 - 592.
- [9] LI J, HUANG L. Stochastic traffic assignment considering road guidance information [J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2012, 12(3): 31 - 35.
- [10] YIN Y, YANG H. Simultaneous determination of the equilibrium market penetration and compliance rate of advanced traveler information systems [J]. *Transportation Research Part A*, 2003, 37(2): 165 - 181.
- [11] ZHAN FB, NOON C. Shortest path algorithms: an evaluation using real road networks [J]. *Transportation Science*, 1998, 32(1): 65 - 73.
- [12] VAN DER ZIJPP NJ, CATALANO SF. Path enumeration by finding the constrained K-shortest paths [J]. *Transportation Research Part B*, 2005, 39(6): 545 - 563.
- [13] BEN-AKIVA M. Modelling inter-urban route choice behavior [C]// Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 1984: 299 - 330.
- [14] CASCETTA E. A modified logit route choice model overcoming route overlapping problems: specification and some calibration results for interurban networks [C]// Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Lyon, France, 1996: 697 - 711.
- [15] BEN-AKIVA M, BIERLAIRE M. Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions [M]. *Handbook of Transportation Science*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, Netherlands, 1999: 5 - 33.
- [16] KOPPELMAN F S, WEN C H. The paired combinatorial logit model: properties, estimation and application [J]. *Transportation Research Part B*, 2000, 34(3): 75 - 89.